



МЕДИЦИНСКИ УНИВЕРСИТЕТ – ПЛЕВЕН
ФАКУЛТЕТ „ОБЩЕСТВЕНО ЗДРАВЕ“
ЦЕНТЪР ЗА ДИСТАНЦИОННО ОБУЧЕНИЕ

Лекция №4

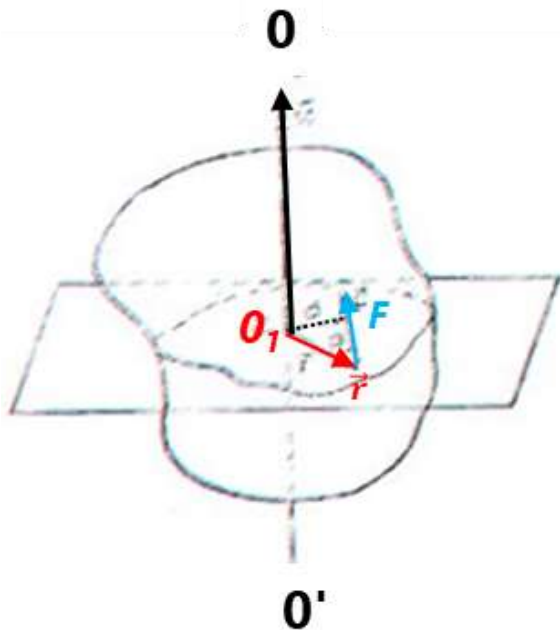
БИОМЕХАНИКА

Динамика на ротационните движения. Въртящ момент на сила и двойка сили. Инерчен момент. Динамични параметри и закони при ротационните движения.

Проф. Константин Балашев, дхн

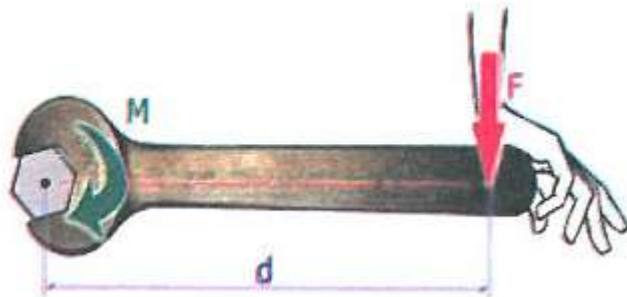
ДИНАМИКА НА РОТАЦИОННИТЕ ДВИЖЕНИЯ

При ротационните движения и равновесието на твърдите тела важно значение има т.нар. **въртящ момент на силата**.

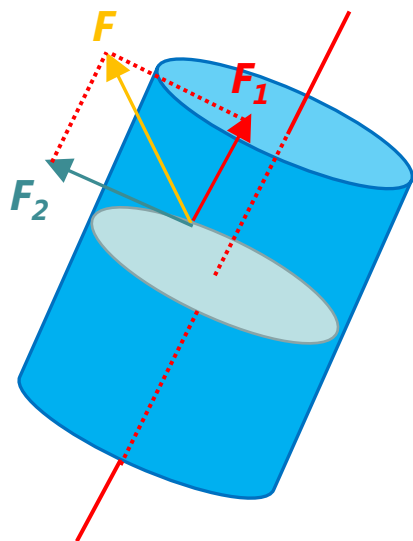


Нека твърдо тяло се върти около ос OO' под действие на сила F , която лежи в равнина, перпендикулярна на оста на въртене. Силата е приложена в точка P , която описва окръжност с център O_1 лежащ върху оста OO' . Означаваме с \vec{r} радиус-вектора на точка P спрямо точка O_1 .

Въртящ момент M на силата F се нарича векторното произведение на радиус-вектора \vec{r} на точката P и силата F .

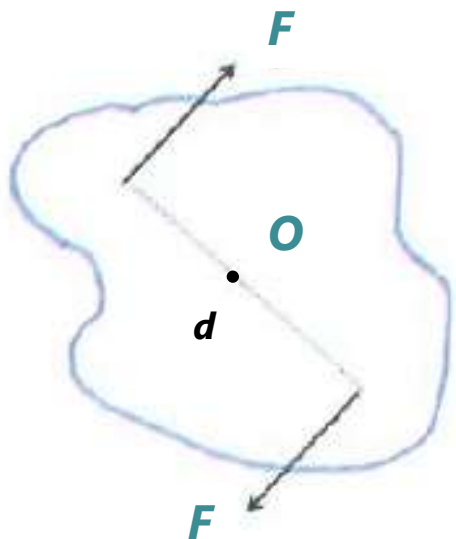


Доказва се, че големината на въртящия момент на силата е $M = Fd$, където d е дължината на перпендикуляра, спуснат от оста на въртене към правата, върху която лежи силата (в равнина, перпендикулярна на оста на въртене) и се нарича **рамо на силата**.



Ако силата F , приложена към тялото, не лежи в равнина, перпендикулярна на оста на въртене, тя може да се представи като сума от две сили - F_1 ; успоредна на оста на въртене, и F_2 - перпендикулярна на нея. Тъй като силата F_1 не предизвиква въртене на тялото (нейният момент спрямо оста е нула), въртящият момент е равен на момента на силата F_2 .

Ако върху едно тяло действат няколко сили, то сумата от техните въртящи моменти се нарича **пълен въртящ момент**. Знаците им се определят по следното правило: ако силата върти тялото по посоката на движение на часовниковата стрелка, въртящият ѝ момент е отрицателен и обратно.



По-особен случай е, когато към тяло са приложени две равни по големина и противоположни по посока сили F , които не лежат на една права. Те се наричат **двойка сили**. Големината на пълния **въртящ момент на двойката сили**, които се стремят да завъртят тялото в една и съща посока спрямо дадена ос OO' е $M = Fd$, независимо от това дали оста на въртене OO' е разположена или не между правите, върху които лежат силите. И в двата случая d е разстоянието между правите, върху които лежат силите.

Нека идеално твърдо тяло се върти около постоянна ос. Тялото може да се разглежда като система от точки с маси m_1, m_2, \dots, m_n . Приемаме, че сумата от всички вътрешни сили на взаимодействие между m_n точките е равна на нула. Всяка от тези точки се движи по окръжност под действието на сила. Окръжността на i -та точка с маса m_i има радиус R_i . Нека на точка действа външна сила F_i . От втория принцип на динамиката можем да напишем, че $F_i = m_i a_i$. Но линейното ускорение $a_i = R_i \alpha$, където α е ъгловото ускорение, което е еднакво за всички точки от тялото. Като заместим a_i , в израза за F_i получаваме: $F_i = m_i R_i \alpha$.

Ако умножим и двете страни на равенството с R_i получаваме, че

$$F_i R_i = m_i R_i^2 \alpha$$

От тук може да се дефинира **въртящ момент, приложен към материална точка i** :

$$M_i = F_i R_i$$

и **инерчен момент на материална точка**

$$I_i = m_i R_i^2$$

При въртеливите движения инерчният момент е аналог на масата при транслационните.

Такива уравнения могат да се напишат за всяка точка от тялото. Ако бъдат сумирани, се получава:

$$\sum_i \mathbf{F}_i R_i = \sum_i m_i R_i^2 \boldsymbol{\alpha} \text{ или } \mathbf{M} = I \boldsymbol{\alpha},$$

където $\mathbf{M} = \sum_i \mathbf{M}_i = \sum_i \mathbf{F}_i R_i$ е **пълният въртящ момент**, приложен към тялото, а $I = \sum_i I_i = \sum_i m_i R_i^2$ - **пълният инерчен момент на тялото** спрямо оста на въртене.

Транслационно (линейно) движение		Ротационно (въртеливо) движение	
Позиция	x	φ	Ъглова позиция
Скорост	v	ω	Ъглова скорост
Ускорение	a	α	Ъглово ускорение
Маса	m	I	Инерчен момент
Линеен момент	$p = mv$	$L = I\omega$	Ъглов момент
Работа	$W = Fx$	$W = M\varphi$	Работа
Кинетична енергия	$E_k = \frac{mv^2}{2}$	$E_k = \frac{I\omega^2}{2}$	Кинетична енергия
Мощност	$P = Fv$	$P = M\omega$	Мощност
Втори закон на Нютон	$F = ma$	$M = I\alpha$	Втори закон на Нютон
Трети закон на Нютон	$F_1 = -F_2$	$M_1 = -M_2$	Трети закон на Нютон
Закони за скоростта и движението	$x = vt$	$\varphi = \omega t$	Закони за скоростта и движението
	$v = v_0 + at$	$\omega = \omega_0 + \alpha t$	
	$x = v_0t + \frac{at^2}{2}$	$\varphi = \omega_0t + \frac{\alpha t^2}{2}$	
	$v^2 = v_0^2 + 2ax$	$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\varphi$	

Пълният въртящ момент на външните сили, действащи върху едно тяло, е произведение от инерчния момент на това тяло и полученото в резултат ъглово ускорение:

$$M = I\alpha$$

Това уравнение е основно при ротационното движение на твърдо тяло около постоянна ос. То е аналог на основното уравнение при транслационното движение на твърдо тяло ($F = ma$). Както е необходима сила за да промени линейната скорост, така е необходим въртящ момент за да промени ъгловата скорост.

Първият закон на Нютон описва движението на тяло, което се движи постъпателно. Неговата същност е валидна напълно и при въртливо движение. Следователно инертността е общо свойство на телата, което се проявява в стремеж за запазване на тяхното състояние на движение при въздействие на сила.

Мярка за инертността при постъпателните движения е *масата*, а при въртливите около дадена ос на въртене - *инерчния момент* спрямо тази ос.

Дефинира се ротационна кинетична енергия $E_k = \frac{I\omega^2}{2}$, която е изоморфна на нейния линеен аналог. Всяко тяло по принцип може да има и транслационна, и ротационна кинетична енергия. Общата му кинетична енергия е сума от двете.

Подобен паралел може да се направи и между останалите величини за постъпателното и въртливо движения.