

МЕДИЦИНСКИ УНИВЕРСИТЕТ-ПЛЕВЕН



ФАКУЛТЕТ “ФАРМАЦИЯ”

ЦЕНТЪР ЗА ДИСТАНЦИОННО ОБУЧЕНИЕ

ВИСША МАТЕМАТИКА - Упражнение No. 1.

Тема: Преговор на основни знания от средния курс.

Разработил: проф. Косто Митов д.мат.н.

гр. Плевен 2020г.

План на занятието

1 Теоретична част

- Аритметика:
 - Ред на действията.
 - Действия с дробни.
 - Лихви и проценти.
- Алгебра:
 - Преобразуване на алгебрични изрази.
 - Решаване на уравнения от 1 и 2 степен.
 - Решаване на неравенства от 1 и 2 степен.

2 Практическа част

- Задачи:
 - Подробно решени примери от дадените в теоретичната част теми.
 - Задачи за самостоятелно решаване по време на упражнението.

Основни правила

- При **събиране** на числа с еднакви знаци, сумата има същия знак. $5 + 6 = 11$; $-5 - 4 = (-5) + (-4) = -9$
- При **събиране** на числа с различни знаци от по-голямото изваждаме по-малкото и сумата има знака на по-голямото. $-3 + 6 = +(6 - 3) = +3 = 3$; $-8 + 4 = -(8 - 4) = -4$
- При **умножение** или **деление** на числа с еднакви знаци полученото число е положително (има знак +). $5 \cdot 8 = 40$; $(-5) \cdot (-8) = +40 = 40$; $12 : 4 = 3$
- При **умножение** или **деление** на числа с различни знаци полученото число е отрицателно (има знак -). $15 : (-5) = -(15 : 5) = -3$; $12 \cdot (-2) = -(12 \cdot 2) = -24$

Ред на действията - Решени примери:

- 1 пример: $5 + 24 - 3 \cdot 12$.

Решение: (Първо се извършват умноженията и деленията и се заместват с получените числа, след това се извършват събиранията и изважданията)

$$5 + 24 - \underbrace{3 \cdot 12}_{\text{първо}} = \underbrace{5 + 24}_{\text{второ}} - 36 = \underbrace{39 - 36}_{\text{трето}} = 3.$$

- 2 пример $2^3 - 3^2 + (8 - 5) \cdot (7 + 2)$.

Решение: (Действието степенуване е с най-висок приоритет, Действията в скоби се извършват първи.)

$$\begin{aligned} & \underbrace{2^3}_{\text{първо}} - \underbrace{3^2}_{\text{второ}} + \underbrace{(8 - 5)}_{\text{трето}} \cdot \underbrace{(7 + 2)}_{\text{четвърто}} \\ = & 8 - 9 + \underbrace{3 \cdot 9}_{\text{пето}} = \underbrace{8 - 9}_{\text{шесто}} + 27 = \underbrace{-1 + 27}_{\text{седмо}} = 26. \end{aligned}$$

Ред на действията - Решени примери:

1 пример: $2^3 \cdot (-2)^2 + 3^2 \cdot (-3)^3 + 15$

Решение: (При степенуване на отрицателно число с нечетна степен се получава отрицателно число, а при степенуване с четна степен - положително число)

$$\begin{aligned}
 & 2^3 \cdot \underbrace{(-2)^2}_{\text{четна степен}} + 3^2 \cdot \underbrace{(-3)^3}_{\text{нечетна степен}} + 15 \\
 = & 8 \cdot (+4) + 9 \cdot (-27) + 15 \\
 = & 32 - 243 + 15 \\
 = & -211 + 15 = -196.
 \end{aligned}$$

Ред на действията - Пресметнете аритметичните изрази:

$$① 16 + 21 - 8.9$$

$$② 2^2 - 3^0 + (10 - 2).(-2)$$

$$③ (-2 + 3).(-5 + 12) - 4^2$$

$$④ 5^3 + (-2)^5 - (-3)^3$$

$$⑤ 3^2.(-4)^1 + 3^3.(-3)^0 + 5^2$$

Действия с дроби - Решени примери-1:

① пример: $\left(\frac{1}{2}\right)^3 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(-\frac{3}{2}\right)^3$.

Решение: (При степенуване на дроб се степенуват и числителя и знаменателя)

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{2}\right)^3 - \frac{5}{8} - \left(-\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{1}{8} - \frac{5}{8} - \left(-\frac{27}{8}\right) \\ & = \frac{1}{8} - \frac{5}{8} + \frac{27}{8} = \frac{1 - 5 + 27}{8} = \frac{23}{8}. \end{aligned}$$

Действия с дроби - Решени примери-2:

② пример: $\left(2, 1 - 3\frac{1}{5}\right) \cdot \frac{2}{5} - 3.$

Решение: (Когато имаме обикновени и десетични дроби, превръщаме десетичните дроби в обикновени и после пресмятаме.)

$$\begin{aligned} & \left(2, 1 - 3\frac{1}{5}\right) \cdot \frac{2}{5} - 3 = \left(\frac{21}{10} - \frac{16}{5}\right) \cdot \frac{2}{5} - 3 \\ & = \left(\frac{\overbrace{\frac{21}{10} - \frac{16}{5}}^{10}}{10}\right) \cdot \frac{2}{5} - 3 = \left(\frac{21 - 32}{10}\right) \cdot \frac{2}{5} - 3 = \frac{-11}{10} \cdot \frac{2}{5} - 3 \\ & = \frac{-22}{50} - 3 = \underbrace{-\frac{22}{50} + \frac{3}{1}}_{50} = \frac{-22 + 150}{50} = \frac{128}{50} = \frac{64}{25}. \end{aligned}$$

Действия с дроби - Решени примери-3:

8 пример: $\frac{2,1 - 3,2}{12 - 10} \cdot 2,5$

Решение 1: (При умножение на обикновени дроби, умножаваме числител с числител и знаменател със знаменател)

$$\begin{aligned} \frac{2,1 - 3,2}{12 - 10} \cdot 2,5 &= \frac{\frac{21}{10} - \frac{32}{10}}{12 - 10} \cdot \frac{25}{10} \\ &= \frac{\frac{-11}{10}}{\frac{2}{1}} \cdot \frac{25}{10} = -\frac{11}{10} \cdot \frac{2 \cdot 25}{1 \cdot 10} = -\frac{11 \cdot 1 \cdot 25}{10 \cdot 2 \cdot 10} \\ &= -\frac{11 \cdot \cancel{25}}{20 \cdot 10} = -\frac{11 \cdot 5}{4 \cdot 10} = -\frac{11 \cdot \cancel{5}}{4 \cdot \cancel{10}} = -\frac{11 \cdot 1}{4 \cdot 2} = -\frac{11}{8}. \end{aligned}$$

Решение 2: (Може да извършим действията и така)

$$\frac{2,1 - 3,2}{12 - 10} \cdot 2,5 = \frac{-1,1}{2} \cdot 2,5 = \frac{-1,1 \cdot 2,5}{2} = \frac{-2,75}{2} = -1,375.$$

Действия с дроби - Решени примери-4:

- 4 пример: Подредете числата по големина: $\frac{3}{5}$; 0,7; $\frac{5}{8}$.

Решение: Привеждаме дробите под общ знаменател

$$\underbrace{\frac{\overset{8}{3}}{5}, \frac{\overset{4}{7}}{10}, \frac{\overset{5}{5}}{8}}_{40}. \text{ Получаваме } \frac{24}{40}, \frac{28}{40}, \frac{25}{40}.$$

Сравняваме числителите и подреждаме $\frac{24}{40} < \frac{25}{40} < \frac{28}{40}$.

Следователно: $\frac{3}{5} < \frac{5}{8} < 0,7$.

Действия с дроби

Пресметнете аритметичните изрази:

$$① \frac{1}{3} - \frac{3}{9} + 8,2$$

$$② (2,45 - 3,21) \cdot 2,1$$

$$③ 3,1 - 2 \cdot 2,3 + 4,4;$$

$$④ \frac{4}{5} : \frac{1}{10} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{7}$$

Подредете числата по големина:

$$⑤ -\frac{5}{8}; \frac{2}{5}; 0,45$$

$$⑥ \sqrt{2}; 1,4; 1,3$$

$$⑦ (0,4 - 1)^2; -0,3; 0,4$$

Лихви и проценти - Решени примери:

- ❶ пример. Внесли сте 1500 лева при 4% годишна лихва. Колко лева лихва ще получите е края на годината?
Решение: Трябва да пресметнем 4% от 1500. Лихвата е $1500 \times \frac{4}{100} = 15 \times 4 = 60$ лева.

- ❷ Имаме 10 литра чист спирт и 40 литра чиста вода. Смесваме ги. Колко процентен е получения спиртен разтвор?
Решение: Намираме общото количество разтвор $10 + 40 = 50$ литра. Процентът на спирта в този разтвор е $\frac{10}{50} \times 100 = 10 * 2 = 20\%$.

Лихви и проценти - Задачи за самостоятелно решаване:

- 1 Внесли сте 2000 лева при годишна лихва 5%. Колко лихва ще получите в края на годината? Колко лихва ще получите в края на втората година: а) ако лихвата е проста; б) ако лихвата е сложна?
- 2 Имаме 120 литра 30% спиртен разтвор. Колко литра чиста вода има в този разтвор?

Преобразуване на алгебрични изрази - Решени примери - 1:

1 пример. $5x^2 - 3x^2 + x^3$;

Решение: (Подобни едночлени са тези, които имат еднакви буквени части. Приведение на подобни едночлени правим, като събираме коефициентите пред буквените части.)

$$\begin{aligned} 5x^2 - 3x^2 + x^3 &= \underline{5x^2} - \underline{3x^2} + x^3 \\ &= (5 - 3) \cdot x^2 + x^3 = 2x^2 + x^3 = x^3 + 2x^2. \end{aligned}$$

2 пример. $(2xy) \cdot (3xy^2) - 6x^2y^3$.

Решение:

$$\begin{aligned} (2xy) \cdot (3xy^2) - 6x^2y^3 &= 2 \cdot 3 \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y^2 - 6x^2y^3 \\ &= 6x^2y^3 - 6x^2y^3 = 0. \end{aligned}$$

Преобразуване на алгебрични изрази - Решени примери - 2:

1 пример. $\frac{x}{y} : \frac{y}{x}$.

Решение:

$$\frac{x}{y} : \frac{y}{x} = \frac{x}{y} \times \frac{x}{y} = \frac{x \cdot x}{y \cdot y} = \frac{x^2}{y^2}.$$

2 пример. $(x + y^2) \cdot (x - y^2)$.

Решение: (При умножение на многочлен с многочлен се умножава всяко събираемо от първата скоба с всяко събираемо от втората.):

$$\begin{aligned} (x + y^2) \cdot (x - y^2) &= x \cdot x - x \cdot y^2 + y^2 \cdot x - y^2 \cdot y^2 \\ &= x^2 + xy^2 - xy^2 - y^4 = x^2 + \cancel{xy^2} - \cancel{xy^2} - y^4 = x^2 - y^4. \end{aligned}$$

Преобразуване на алгебрични изрази - Извършете действията:

- 1 $2xy^2 - 3y^2x + 4xy;$
- 2 $(2xy) \cdot (3xy^2) - 6x^2y^3;$
- 3 $\frac{3xy^4}{6x^2y};$
- 4 $(2x^2 + 3x + 1) \cdot (2x - 3);$
- 5 $-2x \cdot (4x^3 - 5x - 1);$
- 6 $11 \cdot (x^2 - x^3 + 3x).$

Уравнения от 1 и 2 степен - Решени примери:

1 пример. $5x = 10$

Решение: $5x = 10 \Leftrightarrow x = 10 : 5 = 2.$

2 пример. $(2x - 3)(3x - 2) - 6x^2 - 5x = 24$

Решение:

$$(2x - 3)(3x - 2) - 6x^2 - 5x = 24$$

$$\Leftrightarrow \cancel{6x^2} - \underline{4x} - \underline{9x} + 6 - \cancel{6x^2} - \underline{5x} = 24$$

$$\Leftrightarrow -18x + 6 = 24 \Leftrightarrow -18x = 24 - 6$$

$$\Leftrightarrow -18x = 18 \Leftrightarrow x = 18 : (-18) = -1.$$

3 пример. $(2x - 3).(x + 4) = 2x^2 - 5x + 7$

Решение:

$$(2x - 3).(x + 4) = 2x^2 - 5x + 7$$

$$\Leftrightarrow \cancel{2x^2} - \cancel{5x} - 12 = \cancel{2x^2} - \cancel{5x} + 7 \Leftrightarrow 0.x = 7 + 12 \Leftrightarrow 0.x = 19.$$

Това уравнение няма решение.

Уравнения от 1 и 2 степен - Решени примери:

1 пример. $x^2 - 4x + 3 = 0$.

Решение: (Пълно квадратно уравнение. Ще го решим по формулата).

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \quad a = 1, b = -4, c = 3$$

$$D = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 16 - 12 = 4$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{4}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm 2}{2} = \begin{cases} = \frac{6}{2} = 3 \\ = \frac{2}{2} = 1 \end{cases}$$

2 пример. $x^2 - 36 = 0$.

Решение: (Непълно квадратно уравнение ($b = 0$)):

$$x^2 = 36 \Leftrightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{36} = \pm 6.$$

3 пример. $3x^2 - 24x = 0$.

Решение: (Непълно квадратно уравнение ($c = 0$)):

$$3x^2 - 24x = 0 \Leftrightarrow x(3x - 24) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ или } 3x - 24 = 0.$$

Така $x_1 = 0$, $x_2 = 24 : 3 = 8$.

Решете уравненията:

1 $-3, 2x = -9, 6$

2 $(2x-3)^2 - (2x-1)(2x-5) =$
 $3x - 14$

3 $\frac{1}{2}x = 2$

4 $-\frac{3}{4}x - 5 = 0$

5 $7x - b^2 = 0$

6 $(-x - 5)^2 = x^2$

9 $3x - (x - \frac{1}{2})^2 = x(4 - x)$

10 $x^2 - 4 = 0$

11 $x^2 + 9 = 0$

12 $x^2 - 3x + 2 = 0$

13 $x^2 - 15x + 26 = 0$

14 $3x^2 - 4x = 0$

15 $2x^2 - 8 = 0$

Неравенства от 1 и 2 степен - Решени примери - 1:

- 1 пример. $-3x \geq 4$.

Решение: $-3x \geq 4$. Делим двете страни на неравенството с -3 . При това посоката на неравенството се обръща, защото $-3 < 0$. Така $\frac{-3x}{-3} \leq \frac{4}{-3} \Leftrightarrow x \leq -\frac{4}{3}$ или $x \in (-\infty, -\frac{4}{3})$.

- 2 пример. $4x^2 - 16 \leq 0$.

Решение: Решаваме най-напред съответното квадратно уравнение:

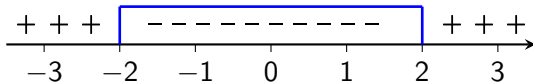
$$4x^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow 4x^2 = 16 \Leftrightarrow x^2 = 16 : 4 \Leftrightarrow x^2 = 4.$$

$$x_1 = -\sqrt{4} = -2, \quad x_2 = \sqrt{4} = 2.$$

Нанасяме корените на числовата ос и определяме знака на квадратния тричлен във всеки от трите интервала, като в най-десния интервал нанасяме знака на коефициента пред x^2 в неравенството (+) и вървейки наляво сменяме знака един път при преминаване през един корен на уравнението.

Неравенства от 1 и 2 степен - Решени примери - 2:

Така получаваме:

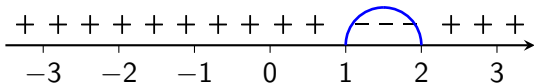


Решенията на неравенството са числата от затворения интервал $x \in [-2; 2]$, в който е нанесен знак “минус” —. Крайщата на интервала също са решения тъй като неравенството не е строго и следователно числата, за които квадратният тричлен е равен на 0 също са решения.

Неравенства от 1 и 2 степен - Решени примери - 2:

- 1 пример. Определете дефиниционното множество на израза $\log_2(x^2 - 3x + 2)$.

Решение: Дефиниционното множество на израза $\log_2(x^2 - 3x + 2)$ се определя от това, че отрицателните числа и нулата нямат логаритми. Следователно ще търсим ония числа, за които $x^2 - 3x + 2 > 0$. Решаваме квадратно уравнение: $x^2 - 3x + 2 = 0$: $a = 1, b = -3, c = 2$,
 $D = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 9 - 8 = 1, x_1 = \frac{3-1}{2 \cdot 1} = 1, x_2 = \frac{3+1}{2 \cdot 1} = 2$
 Нанасяме корените на числовата ос и определяме знака на квадратния тричлен във всеки от трите интервала.



Така решенията на неравенството (и съответното дефиниционното множество) е $(-\infty, 1) \cup (2, \infty)$.

Задачи за самостоятелно решаване:

Решете неравенствата:

① $5x > 10$

② $-5x < 20$

③ $-3x \geq 4$

④ $12x \leq -3$

⑤ $x^2 - 5x + 6 \geq 0$

⑥ $4x^2 - 4x + 1 > 0$

⑦ $4x^2 - 16 \leq 0$

⑧ $3x^2 + 9 < 0$

Определете дефиниционните множества на изразите:

⑨ $\sqrt{x^2 - 7x + 6}$

⑩ $\frac{2}{\sqrt{5-x}}$

⑪ $\sqrt[3]{x^2 - 4}$

⑫ $\log_3(x^2 - 3x + 2)$

⑬ $\log_3(x - 2)(x - 3)$