**Глава 8**

**Описание на кОЛИЧЕСТВЕНИ променливи величини.**

**иЗМЕРВАНЕ НА ВАРИРАНЕТО**

*Г. Грънчарова*

***В тази глава:***

*8.1. Същност на варирането*

*8.2. Мерки за вариабилност (разсейване)*

*8.2.1. Размах (обсег, обхват, лимит) на вариационния ред*

*8.2.2. Интерквартилен обхват*

*8.2.3. Стандартно отклонение и дисперсия*

*8.2.4. Коефициент на вариране*

*8.3. Тенденции на варирането. Нормално разпределение*

*8.4. Въпроси за самоподготовка*

**8.1. Същност на варирането**

 Както бе посочено в предходния раздел, ва­ри­ра­не­то е присъщо качество на всички живи организми. До­ри в наблюдавани гру­пи, ко­и­то са при­ви­д­но мно­го схо­д­ни, тру­д­но мо­гат да се на­ме­рят, осо­бе­но при ма­лък брой слу­чаи, аб­со­лю­т­но ед­на­к­ви стой­но­с­ти на изучаваните количествени променливи.

 Здравните професионалисти често трябва да решават дали даден индивид е болен или здрав, дали страда от конкретно заболяване или не, дали се нуждае от лечение или не и т.н. За решаване на такива задачи е необходимо определяне на т.нар. “нормални” стойности на редица клинични, лабораторни, радиологични и други измервания. Понятието “нормална” стойност обаче е статистическо понятие и зависи в голяма степен от разпределението на изучавания признак в извадката или популацията. Следователно, измерването на разсейването (варирането) на изучаваните променливи е изключително важно за осмислянето и интерпретирането на понятието “нормални” стойности и за пълното описание на даден масив от здравни данни. Така че, освен обобщаващите характеристики на централната тенденция трябва да се определят и измерителите на варирането.

 Пример: Не­ка раз­г­ле­да­ме два ва­ри­а­ци­он­ни ре­да, по­с­т­ро­е­ни на ос­но­ва­та на дан­ни за въз­ра­ст­та на 10 пър­во­ра­ж­да­щи же­ни от раз­ли­ч­ни из­ва­д­ки.

 Първият вариационен ред включва следните стойности:

 18 21 23 23 25 27 27 28 30 33

 Из­чи­с­ле­ни­те сре­д­ни ве­ли­чи­ни са: сре­д­на ари­т­ме­ти­ч­на - 25.5 го­ди­ни, ме­ди­а­на - 26 го­ди­ни и мо­да - 23 и 27 го­ди­ни.

 Вторият вариационен ред е представен чрез:

 23 23 24 25 26 26 27 27 27 27

 Стой­но­с­ти­те на сре­д­ни­те ве­ли­чи­ни са съ­щи­те: сре­д­на ари­т­ме­ти­ч­на - 25.5 го­ди­ни, ме­ди­а­на - 26 го­ди­ни и мо­да - 27 го­ди­ни.

 Ви­ж­да се яс­но, че два­та ва­ри­а­ци­он­ни ре­да, макар и да имат еднакви средни аритметични, медиани и моди, са до­с­та раз­ли­ч­ни по от­но­ше­ние на раз­сей­ва­нето на ин­ди­ви­ду­ал­ни­те стой­но­с­ти. Възниква въпросът “В коя от тези извадки средната аритметична по-добре описва типичното ниво?” За да отговорим е не­об­хо­ди­ма ин­фор­ма­ция за сте­пен­та на ва­ри­ра­не­ на данните.

***Необходимостта от измерване на числовите характеристики на вариабилността*** е свързана с:

* присъщото за биологичните обекти вариране, както и с варирането, предизвикано от други източници, които водят до систематично или неслучайно вариране в здравните измервания;
* идеята за обобщаване на варирането в едно единствено число с цел да се улесни сравняването на разсейването между различни групи;
* използването на понятията “нормални стойности” и “нормален обхват” в медицинската практика (например, нормални нива на систолното и диастолно налягане, на сърдечен ритъм, ръст, тегло, серумен холестерол, хемоглобин и др.);
* идеята за използване на вариабилността като индикатор за хомогенността или хетерогенността на данните.

8.2. Мерки за вариабилност (разсейване)

За из­мер­ва­не на ва­ри­ра­не­то мо­гат да се из­по­л­з­ват сле­д­ни­те опи­са­тел­ни числови ха­ра­к­те­ри­с­ти­ки: ***размах (обсег), интерквартилен обхват, дисперсия, стандартно отклонение, коефициент на вариация.***

## 8.2.1. Размах (об­х­ват, обсег, ли­мит) на ва­ри­а­ци­он­ния ред

Представлява ***раз­ли­ка­та ме­ж­ду екстремалните стойности (максималната и минималната) на променливата*** в дадено емпирично честотно разпределение. Означава се обикновено с латинската буква **d** (от difference – разлика). Следователно: ***d = xmax - xmin***

 В по­со­че­ния по-го­ре при­мер об­х­ва­тът на пър­вия ва­ри­а­ци­о­нен ред е 15 го­ди­ни, до­ка­то за вто­рия - са­мо 4 го­ди­ни. Сле­до­ва­тел­но, вто­ри­ят ва­ри­а­ци­о­нен ред е по-ком­па­к­тен, не­го­ви­те стой­но­с­ти по-плъ­т­но при­ля­гат око­ло сре­д­но­то ни­во и из­чи­с­ле­ната сре­д­на аритметична е по-добра ха­ра­к­те­ри­с­ти­ка на цен­т­рал­на­та тен­ден­ция за та­зи ко­ли­че­с­т­ве­на про­мен­ли­ва.

 ***Размахът на вариационния ред*** като мярка за вариабилността се характеризира със следните ***особености:***

* изчислява се много бързо и е лесен за осмисляне и разбиране;
* крайните стойности на размаха са зависими от размера на извадката;
* не се опира на всички измервания, а само на две стойности и то най-нетипичните;
* до­с­та­тъ­ч­но е на­ли­чие са­мо на ед­на ря­з­ко от­к­ло­ня­ва­ща се стой­ност и размахът като мярка за ва­ри­ра­не­то ста­ва аб­со­лю­т­но не­ва­ли­де­н;
* трябва да се използва заедно с други числови характеристики на вариабилността или пък да се представят пълните честотни разпределения и средните аритметични.

Поради тези особености, размахът се из­по­л­з­ва сравнително ря­д­ко като ха­ра­к­те­ри­с­ти­ка на вариабилността, тъй ка­то не е до­с­та­тъ­ч­но ин­фор­ма­ти­ве­н.

**8.2.2. Ин­тер­к­вар­ти­лен об­х­ват (IQR**)

Интерквартилният обхват представлява ***раз­ли­ка­та ме­ж­ду тре­ти­я и пър­ви­я квар­тил*** (**Q3 – Q1**) в оп­ре­де­лен ма­сив от дан­ни. **Q3** е всъщност ме­ди­а­на­та за втората по­ло­ви­на на вариационния ред, **Q1** е ме­ди­а­на­та за първата по­ло­ви­на, а **Q2** е ме­ди­а­на­та на цялото честотно разпределение.

Следователно, интерквартилният обхват **IQR** дава представа за размаха от 25-я до 75-я персентил, т. е. за 50% от данните, разположени по средата на разпределението.

 В по­со­че­ните по-го­ре два вариационни реда за възрастта на 10 първораждащи жени:

- за пър­вия ва­ри­а­ци­о­нен ред Q1 = 23 и Q3 = 28, т.е. IQR = 5 го­ди­ни;

- за вто­рия ва­ри­а­ци­о­нен ред Q1 = 24 и Q3 = 27, т.е. IQR = 3 го­ди­ни.

 Вижда се ясно, че варирането във второто разпределение е по-слабо. По такъв начин, средната аритметична за този ред е по-добра характеристика на централната тенденция, отколкото средната аритметична в първия ред, макар двете да имат еднакви стойности.

Подобно на размаха на вариационния ред, ***интерквартилният обхват е относително груба мярка на разсейването,*** но той все пак предоставя общ поглед за начина, по който се разпределят данните във вариационния ред.

Пре­дим­с­т­во­то му е в то­ва, че той е до­с­та по-ус­той­чив по от­но­ше­ние на ря­з­ко от­к­ло­ня­ва­щи се стой­но­с­ти на разпределението.

### 8.2.3. Стандартно отклонение и ди­с­пер­сия

Както бе посочено по-горе, точното измерване на варирането следва да се опира на всички отклонения на стойностите на променливата величина около средната аритметична, а не на из­б­ра­ни и не­пре­д­с­та­ви­тел­ни слу­чаи. Та­ки­ва мерки за вариабилност са ***стандартно отклонение и дисперсията,*** ко­и­то са до­с­та по-сло­ж­ни за изчисление в сравнение с посочените по-горе.

 ***Стандартното отклонение*** е най-често посочваната в научната литература мярка за разсейването. Обикновено средните аритметични величини винаги се посочват с придружаващите ги стандартни отклонения.

 ***Стандартното*** ***отклонение*** представлява ***средното отклонение на резултатите от средната аритметична*** и се означава чрез символите:

 **s** – стандартно отклонение в извадка

**σ** - стандартно отклонение за популация

 ***Изчисляването на стандартното отклонение*** преминава през следните стъпки:

 1. ***Определяне на от­к­ло­не­ни­е­то на вся­ка ин­ди­ви­ду­ал­на стой­ност (х) от сре­д­на­та ари­т­ме­ти­ч­на (******),*** означавано ка­то (***х-).*** Ако та­зи раз­ли­ка е го­ля­ма, това означава значително отклонение на конкретното измерване от средната аритметична и об­ра­т­но.

 2. ***Определяне на су­ма­та от вси­ч­ки от­к­ло­не­ния на индивидуалните стойности от средната аритметична.*** Тя се означава като ***Σ (х-).*** За да изчислим средното отклонение би трябвало тази сума да се раздели на броя на наблюдаваните случаи ***n.*** При сумирането на индивидуалните отклонение обаче по­ло­жи­тел­ни­те и от­ри­ца­тел­ни раз­ли­ки се уни­що­жа­ват и ***су­ма­та винаги е ра­в­на на ну­ла.***

 3. За да се за­о­би­ко­ли про­б­ле­ма за по­зи­ти­в­но­то и не­га­ти­в­но от­к­ло­не­ние и да се избегне нулевия резултат за сумата от отклоненията, се пре­д­п­ри­е­ма по­в­ди­га­не на вся­ко от­к­ло­не­ние на ква­д­рат и след то­ва су­ми­ра­не на вси­ч­ки ква­д­ра­ти на от­к­ло­не­ни­я­та. То­га­ва су­ма­та ще бъ­де раз­ли­ч­на от ну­ла и кол­ко­то е по-го­ля­мо ва­ри­ра­не­то, тол­ко­ва су­ма­та ***Σ (х-)2*** ще бъде по-го­ля­ма.

 4. Тря­б­ва да взе­мем пре­д­вид обаче и бро­я на на­б­лю­да­ва­ни­те слу­чаи, за да мо­жем да сра­в­ня­ва­ме ва­ри­ра­не­то в раз­ли­ч­ни по раз­мер по­пу­ла­ции. Щом в т.3 сме получили сумата от отклоненията на квадрат, то и стандартното отклонение ще бъде на квадрат – ***s2****.* С други думи, преди да стигнем до самото стандартно отклонение **s**, задължително преминаваме през ***s2***. Тази мярка се нарича ***дисперсия*** и се определя по формулата:

 ***Σ (х-)2***

 ***s2 =***

 ***n - 1***

 където n - 1 се нарича ***степен на свобода.***

5. В практиката обаче не е удо­б­но из­мер­ва­не­ на ва­ри­ра­не­то в чи­с­ла, по­в­ди­г­на­ти на ква­д­рат - на­при­мер, ва­ри­ра­не­то на кръ­в­но­то на­ля­га­не в мм2 Hg. За­то­ва се при­бя­г­ва до коренуване и се получава ***стан­дар­т­но от­к­ло­не­ние s***, ***ко­е­то е ква­д­ра­тен ко­рен от ди­с­пер­си­я­та.***

******

 В по­со­че­ния по-го­ре при­мер ди­с­пер­си­я­та (***s12***) за пър­вия ва­ри­а­ци­о­нен ред е 19.6, а стан­дар­т­но­то от­к­ло­не­ние (***s1***) е 4.4 го­ди­ни. За вто­рия ва­ри­а­ци­о­нен ред ***s22*** = 2.71, а ***s2*** = 1.64 го­ди­ни. Из­во­дът е, че ва­ри­ра­не­то е мно­го по-сла­бо във вто­рия ва­ри­а­ци­о­нен ред и сре­д­на­та ари­т­ме­ти­ч­на за то­зи ред да­ва мно­го по-то­ч­на ха­ра­к­те­ри­с­ти­ка на цен­т­рал­на­та тен­ден­ция.

 При обсъждането на характеристиките на средната аритметична в предходния раздел, бе подчертано, че сумата от квадратите на отклоненията около средната аритметична е по-малка от сумата от квадратите на отклоненията около която и да е друга стойност. Следователно, ***стандартното отклонение е мярка за “най-малките квадрати” на отклоненията около средната величина.***

 ***Дисперсията и стандартното отклонение*** имат следните основни ***свойства:***

* тяхното изчисление се опира на всички наблюдения;
* изчисляват се по отношение на средната аритметична, т.е. стандартното отклонение характеризира отклонението от типичното ниво (централната тенденция). Следователно, то дава информация за това дали дадена средна аритметична характеризира добре типичното ниво на количествената променлива. При извадки с еднакви средни аритметични, по-добра характеристика на централната тенденция дава тази средна, която е придружена от по-малко стандартно отклонение.
* стандартното отклонение и дисперсията са най-широко използваните мерки за оценка на разсейването поради свойствата на теоретичната нормална крива и използването им при оценка и сравняване на данни от репрезентативни проучвания, тъй като стандартното отклонение служи за основа на изчислението на стандартната грешка;
* дисперсията и стандартното отклонение не се променят, ако към индивидуалните стойности прибавим или извадим едно и също число, или пък ако ги умножим или разделим с едно и също число
* дисперсията и стандартното отклонение­ се при­ла­гат при ус­ло­вие, че раз­пре­де­ле­ни­е­то на ко­ли­че­с­т­ве­ни­те про­мен­ли­ви е нор­мал­но (си­ме­т­ри­ч­но, Га­ус-Ла­п­ла­со­во) или бли­з­ко до нор­мал­но­то.

# 8.2.4. Коефициент на вариране

 Тъй като стандартното отклонение и дисперсията са именувани величини (т.е. измерват се в същите мерни единици както средните аритметични), то при сравняване на варирането на различни променливи величини, се налага да се използва друг измерител, наречен ***коефициент на вариране***.

 ***Коефициентът на вариране (v)*** представлява ***отношение на стандартното отклонение към съответната средна аритметична*** и се изразява ***в проценти***.

 ***s***

***v = x 100***

 ******

При стойност на **v** под 10% варирането е слабо; при 10% < **v** < 30% варирането е умерено и при **v** > 30% се наблюдава силно разсейване около средната аритметична, което говори за значителна нееднородност на изучаваната съвкупност.

 ***Коефициентът на вариране притежава следните свойства:***

* не зависи от никакви мерни единици и се използва за сравняване на относителното вариране на две или повече разпределения от различни именувани променливи величини (напр., височина в см за едното разпределение и тегло в кг за другото разпределение; чрез сравняване на коефициентите на вариация можем да направим извод коя от двете променливи величини по-добре характеризира физическото развитие);
* измерва разсейването в данните по отношение на средната стойност;
* взема предвид всяка стойност на разпределението.

# 8.3. Тенденции на варирането. Нормално разпределение

 Ос­но­в­на­та ди­ле­ма, пред ко­я­то се из­п­ра­вят често из­с­ле­до­ва­телите в медицината и здравната помощ, е фа­к­тът, че все­ки ма­сив дан­ни не­ми­ну­е­мо по­ка­з­ва зна­чи­тел­но ва­ри­ра­не на ин­ди­ви­ду­ал­ни­те ре­зул­та­ти от сре­д­но­то ни­во. За на­ше об­ле­к­че­ние по­ве­че­то от дан­ни­те, ко­и­то сре­ща­ме в пра­к­ти­ка­та, по­ка­з­ват ус­той­чи­ви, про­с­ти и ле­с­но­ра­з­би­ра­е­ми мо­де­ли на ва­ри­ра­не.

 Да взе­мем при­мера с из­мер­ва­не на ди­а­с­то­л­но­то кръ­в­но на­ля­га­не при 56 мла­ди мъ­же, ко­и­то са сил­ни пу­ша­чи (виж ***гл. 5, стр. 67***). Ре­зул­та­ти­те, гру­пи­ра­ни в ин­тер­ва­ли с ши­ри­на 5 мм, по­ка­з­ват, че сре­д­на­та стой­ност е ве­ро­я­т­но ня­къ­де ме­ж­ду 85 и 95 мм Hg, а раз­ма­хът на ва­ри­а­ци­он­ния ред е от 60 до 120 мм Hg. Мо­жем да от­бе­ле­жим съ­що, че по-го­ля­ма­та част от ин­ди­ви­ди­те се на­ми­рат в пре­де­ли­те на мно­го по-те­сен об­х­ват - от 75 до 105 мм Hg и че вси­ч­ки те са раз­по­ло­же­ни по­ч­ти си­ме­т­ри­ч­но око­ло сре­д­на­та стой­ност.

 Ако при по­в­тор­ни на­б­лю­де­ния вър­ху зна­чи­тел­но по-го­лям брой слу­чаи пре­д­с­та­вим дан­ни­те за ди­а­с­то­л­но­то на­ля­га­не по съ­щия на­чин, ще се убе­дим, че те още по-яс­но ще се гру­пи­рат око­ло сре­д­но­то ни­во и с отдалечаване от сре­д­но­то ни­во намалява броя на случаите с ек­с­т­рем­ни­ ре­зул­та­ти. Те­зи дан­ни добре илюстрират на­чи­на, по кой­то се про­я­вя­ват в пра­к­ти­ка­та бол­шин­с­т­во­то ма­си­ви от не­пре­къ­с­на­ти про­мен­ли­ви.

За не­пре­къ­с­на­ти про­мен­ли­ви, раз­пре­де­ле­ни по то­зи мо­дел, се ка­з­ва, че имат *нор­мал­но раз­пре­де­ле­ние.* Гра­фи­ч­но то се пре­д­с­та­вя с т.нар. *нормална крива,* която е *си­ме­т­ри­ч­на, кам­ба­но­ви­д­на* и представлява *теоретично идеален честотен полигон*, *в който средната аритметична, медианата и модата напълно съвпадат и се разполагат в центъра* *на разпределението (фиг. 8.1).* Установено е, че много човешки черти (такива като интелигентност, поведение и личностови характеристики) се разпределят в популацията по такъв “нормален” начин.



*Фиг. 8.1 Графично изображение на нормалната крива*

 Определящите характеристики на нормалното разпределение са ****** и ***s.***

Когато средната аритметична е равна на нула и стандартното отклонение е единица, то такова разпределение се нарича ***стандартно нормално разпределение***. Основата на нормалната крива се отмерва в ***единици стандартно отклонение***, които се означават с малка буква ***z.*** Резултат, който е едно стандартно отклонение над средната, се отбелязва чрез ***+1z*** и обратно – резултат, който е едно стандартно отклонение под средната с ***-1z****.*

 Коефициентът **z** може да се изчисли за всеки резултат в едно нормално разпределение по формулата:

 ***x - ***

 ***z =***

 ***s***

Ме­ж­ду двете определящи ха­ра­к­те­ри­с­ти­ки на нор­мал­но­то раз­пре­де­ле­ние -******и **s** има то­ч­но оп­ре­де­ле­на връ­з­ка, ко­я­то се из­ра­зя­ва чрез ***за­ко­на за нор­мал­но­то раз­пре­де­ле­ние.******Ако*** ***зна­ем стой­но­с­ти­те на сре­д­на­та ве­ли­чи­на и стан­дар­т­но­то от­к­ло­не­ние, мо­жем да пре­д­ви­дим то­ч­но как ще се раз­пре­де­лят от­дел­ни­те стойности око­ло сре­д­но­то ни­во (Табл. 8.1).*** Площта между нормалната крива и абсцисата се приема за единица или 100%. Резултатите в границите на **± *z*** и тези извън ***± z,*** превърнати в %, винаги дават 100, но съотношението им се променя по точно определен начин в зависимост от броя стандартни отклонения от средната аритметична.

Тъй като изчисляването на ***z*** може да доведе до дробни или отрицателни числа, често се предпочита ***трансформиране в други разпределения***. За тази цел широко се използва разпределение със средна аритметична, равна на 50 и стандартно отклонение, равно на 10. Трансформираните стандартни резултати се означават като ***t резултати***, а новото разпределение се нарича ***t-разпределение (разпределение на Стюдент).*** Превръщането на **z** в **t** се извършва по формулата:

***t = 10 z + 50***

Например, ако z=2.5, то t = 10 х 2.5 + 50 = 75. В новото разпределение с ******=50 и s=10, резултат равен на 75 е отново 2.5 стандартни отклонения над средната, което означава че трансформираните резултати не променят оригиналното разпределение, а само облекчават интерпретирането им.

Други важни свойства на стандартното нормално разпределение и t-разпределението са:

* и двете имат център нула и са симетрични;
* t-разпределението има повече площ в крайните зони (опашките);
* дисперсията на стандартното нормално отклонение е нула (s=1 и оттук s2=1), докато дисперсията на разпределението на Стюдент зависи от степента на свобода и като правило е по-голяма от 1.

#### *Табл. 8.1. Връзка между средната аритметична и стандартното отклонение при нормално разпределение*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Брой стандартни отклонения (z, t) около средната аритметична | Резултати, попадащи в границите ± s (в %) | Резултати лежащи извън  ± s (в %) |
| 0.5 | 38.2 | 61.4 |
| 1 | 68.2 | 31.8 |
| 1.96 | 95 | 5 |
| 2.58 | 99 | 1 |
| 3.00 | 99.7 | 0.3 |
| 3.29 | 99.9 | 0.1 |

Посочената връзка между ****** и ***s*** на­ми­ра ши­ро­ко пра­к­ти­че­с­ко при­ло­же­ние:

* за определяне на границите на нормативни групи;
* за обо­с­но­в­ка на стой­но­с­ти­те на t-кри­те­рия при оцен­ка на ре­зул­та­ти­ от извадка и обо­б­ща­ва­не­то им за съответна по­пу­ла­ци­я;
* за ек­с­п­ре­с­но оп­ре­де­ля­не на стой­но­ст­та на стан­дар­т­но­то от­к­ло­не­ние при из­ве­с­т­ни на­ча­ло и край на ва­ри­а­ци­он­ния ред и др.

Из­хо­ж­дай­ки от из­во­да, че при нор­мал­но раз­пре­де­ле­ние по­ч­ти вси­ч­ки слу­чаи (99.7%) се на­ми­рат в пре­де­ли­те на ***± 3s***  (из­ве­с­т­но още ка­то ***пра­ви­ло на*** ***три­те стан­дар­т­ни от­к­ло­не­ния***), мо­жем бър­зо да из­чи­с­лим стан­дар­т­но­то от­к­ло­не­ние чрез разделяне на ли­ми­та на ва­ри­а­ци­он­ния ред (раз­ли­ка­та ме­ж­ду ма­к­си­мал­на­та и ми­ни­мал­на­та стой­ност) на шест. Това пра­ви­ло се използва за про­ве­рка на посоченото от даден изследовател/автор стан­дар­т­но от­к­ло­не­ние. Ако към сре­д­на­та ве­ли­чи­на при­ба­вим и из­ва­дим по три стан­дар­т­ни от­к­ло­не­ния, би тря­б­ва­ло да въз­с­та­но­вим гра­ни­ци­те на ва­ри­а­ци­он­ния ред. Ако по­лу­че­ни­те стой­но­с­ти се от­ли­ча­ват зна­чи­тел­но от ми­ни­мал­на­та и ма­к­си­мал­на стой­ност на ва­ри­а­ци­он­ния ред, то­ва оз­на­ча­ва, че е до­пу­с­на­та гре­ш­ка или раз­пре­де­ле­ни­е­то на слу­ча­и­те не е нор­мал­но и ня­ма ос­но­ва­ние за използване на сре­д­на­ ари­т­ме­ти­ч­на ве­ли­чи­на и стан­дар­т­но­ от­к­ло­не­ние като мерки за централна тенденция и вариране.

##### 8.4. Въпроси за самоподготовка

1. Ако всички данни в един вариационен ред бъдат увеличени с две, кои от следните характеристики няма да се променят?

##### А. средната аритметична

Б. дисперсията и стандартното отклонение

В. интерквартилния обхват

2. Ако всички данни в един вариационен ред бъдат умножени по n, коя от следните характеристики няма да се увеличи n пъти?

##### А. средната

##### Б. медианата

В. дисперсията

3. В две последователни години резултатите от стандартизиран тест при кандидат-студенти за бакалавърска степен показват: за първата година стандартно отклонение s1 = 2.4; за втората година – s2 = 1.2. Какво може да се каже за кандидатстващите в тези две години?

А. Кандидатите през първата година представляват по-хомогенна група.

Б. Кандидатите през втората година са по-хетерогенна група.

В. Кандидатите през втората година са по-хомогенна група.

4. Ако Ви кажат, че дадена извадка има средна аритметична, равна на 25 и стандартно отклонение, равно на нула, какъв извод трябва да направите?

А. Някой е допуснал грешка.

Б. Извадката включва само един случай.

В. Всички случаи в извадката имат стойност на променливата, равна на 25.

5. Сумата ***Σ (х -)*** не се използва като мярка за вариране, тъй като тя:

##### А. винаги е равна на нула

Б. винаги е положителна величина

В. трудно се изчислява

6. При малко стандартно отклонение измерванията се групират близо до средната аритметична.

А. вярно Б. невярно

7. Ако към поредица от данни прибавим една константа, то стандартното отклонение:

А. нараства с квадратен корен от константата

Б. нараства с квадрата на тази константа

###### В. остава същото

8. Нарастването на честотите в опашката на дадено разпределение води до:

А. намаляване на стандартното отклонение

Б. няма да повлияе стандартното отклонение

###### В. нарастване на стандартното отклонение

9. Ако дисперсията на дадено разпределение е равна на 9, то стандартното отклонение е:

###### А. 3 Б. 6 В. 9 Г. 81

10. Стандартното отклонение на група резултати е равно на 10. Ако от всеки резултат извадим числото 5, то стандартното отклонение на новата поредица резултати ще бъде:

А. 2 Б. 10/25 В. 5 Г. Нито едно от посочените

11. Каква е връзката между дисперсията и стандартното отклонение?

А. дисперсията = (стандартно отклонение)2

Б. стандартното отклонение – (дисперсията)2

В. дисперсията = средната аритметична/стандартното отклонение

Г. стандартното отклонение = средната аритметична/дисперсията

12. В течение на 7 години г-жа Б. ежегодно е раждала по едно дете. Стандартното отклонение на възрастта (в цели години) на 7-те деца е равно на:

А. 7 Б. 2В. 4

13. Стандартното отклонение е мярка за разсейването около средната аритметична.

А. вярно Б. невярно

14. Най-силно влияние върху дисперсията имат тези резултати, които са:

А. над средната аритметична

Б. под средната аритметична

В. най-близко до средната аритметична

Г. най-отдалечени от средната аритметична

15. Дисперсията на група резултати е 16. Ако извадим 2 от всеки резултат, дисперсията на новите данни ще бъде:

А. 14 Б. 2 В. 16Г. нито едно от посочените

16. Кой от посочените по-долу два реда от числа има по-голямо стандартно отклонение:

Ред S: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Ред Т: 8, 9, 9, 9, 10, 11, 11, 12

А. ред S

Б. ред T

В. двата реда имат еднакви стандартни отклонения

17. Дисперсията се изчислява като осреднена стойност от квадратите на отклоненията на резултатите от средната аритметична. Защо числителят е на квадрат?

А. защото иначе може да се получи отрицателна дисперсия

##### Б. защото иначе стойността винаги би била равна на нула

В. защото тогава средното абсолютно отклонение е минимално

18. Кол­ко­то по-раз­п­ръ­с­на­ти са дан­ни­те във ва­ри­а­ци­он­ния ред, тол­ко­ва:

А. по-го­ля­ма е раз­ли­ка­та ме­ж­ду сре­д­на­та ари­т­ме­ти­ч­на и ме­ди­а­на­та

Б. по-го­ля­ма е стой­но­ст­та на мо­да­та

##### В. по-го­ля­ма е стой­но­ст­та на стан­дар­т­но­то от­к­ло­не­ние

19. Дисперсията за група отрицателни числа е отрицателна.

А. вярно Б. невярно

20. Сре­д­ни­ят ръст на да­де­на гру­па сту­ден­ти е 167 см. Ако пре­д­по­ло­жим, че та­зи про­мен­ли­ва ве­ли­чи­на има нор­мал­но раз­пре­де­ле­ние, то­ва ни по­з­во­ля­ва да на­п­ра­вим за­к­лю­че­ние, че:

А. При­б­ли­зи­тел­но по­ло­ви­на­та от вси­ч­ки сту­ден­ти са по-ви­со­ки от 167 см

Б. При­б­ли­зи­тел­но по­ло­ви­на­та от вси­ч­ки сту­ден­ти са по-ни­с­ки от 167 см

В. Вер­ни са и две­те за­к­лю­че­ния

21. В коя от две­те гру­пи сре­д­на­та ве­ли­чи­на по-то­ч­на ха­ра­к­те­ри­зира те­г­ло­то на но­во­ро­де­ни мом­че­та: в първата гру­па - ***=***3350 гр. и s=150 гр.; във втората - ***=***3350 гр. и s = 250 гр.?

А. в пър­ва­та

Б. във вто­ра­та

В. ня­ма раз­ли­ка

22. Кой от из­б­ро­е­ни­те по­ка­за­те­ли ха­ра­к­те­ри­зи­ра най-до­б­ре раз­но­о­б­ра­зи­е­то (ва­ри­ра­не­то) на ко­ли­че­с­т­ве­ни­те про­мен­ли­ви?

А. ин­тер­к­вар­тил­ния об­х­ват

Б. стан­дар­т­но­то от­к­ло­не­ние

В. раз­ма­хът на ва­ри­а­ци­он­ния ред

23. Как може да се изрази стандартното отклонение?

А. като точка върху скалата за z

Б. като разстояние върху скалата за z

В. като индекс върху корен квадратен от цифрова скала

24. Средният ръст в един клас е 160 см. Броят на учениците е 30. Може да се направи заключение, че 15 от учениците имат ръст по-малък от 160 см.

А. вярно Б. невярно

25. Лимитът на вариационния ред е най-простият индикатор за вариране.

А. вярно Б. невярно

26. Дисперсията никога не може да бъде отрицателно число.

А. вярно Б. невярно

27. Ако стандартното отклонение за една поредица от числа е нула, то и тяхната средна величина е нула.

А. вярно Б. невярно

28. Ако стандартното отклонение за ред от числа е нула, то те са еднакви.

А. вярно Б. невярно

29. Ако към всяко число в един вариационен ред се прибави числото 10, то стандартното отклонение нараства с 10.

А. вярно Б. невярно

30. Лимитът на вариационния ред представлява разликата между максималната и минималната стойност на променливата в честотното разпределение.

А. вярно Б. невярно

31. Лимитът на вариационния ред се изчислява чрез сумиране на най-ниския и най-високия резултат в дадено разпределение.

А. вярно Б. невярно

32. Квадратният корен от дисперсията се нарича стандартно отклонение.

А. вярно Б. невярно

33. Стандартното отклонение показва степента на разсейване на резултатите около средната аритметична величина.

А. вярно Б. невярно

34. При нормално разпределение около 10% от резултатите попадат на 3 стандартни отклонения над средната.

А. вярно Б. невярно

35. Когато дадено разпределение се състои от доста различни резултати, стандартното отклонение ще бъде относително голямо.

А. вярно Б. невярно

36. Числото **z** показва на колко стандартни отклонения от ****** се намира даден резултат.

А. вярно Б. невярно

37. На тест по анатомия студент има резултат, еквивалентен на z=0.2. Какво означава това?

А. студентът се е представил по-лошо от останалите

Б. студентът се е представил много добре в сравнение с останалите

В. студентът има резултат леко над средния

Г. студентът има резултат леко под средния

38. Площта под нормалната крива между две z точки, представлява пропорцията или процентът от случаите, които попадат между двете точки.

А. вярно Б. невярно

39. Общата площ под нормалната крива винаги е равна на 1 или 100%.

А. вярно Б. невярно

40. Половината (50%) от резултатите попадат между z = 0.5 и z = - 0.5.

А. вярно Б. невярно

41. При нормалната крива около 34% от резултатите попадат между **z = 0** and **z = - 1.**

А. вярно Б. невярно

42. Персентилният номер на **z = 0** е винаги 50.

А. вярно Б. невярно

43. Кое от следните твърдения е вярно?

А. z показва на колко стандартни отклонения под или над средната аритметична се намира даден резултат

Б. средната аритметична на стандартното нормално разпределение винаги е нула.

В. верни са и двете

44. Група от пациенти има средно тегло 80 кг и стандартно отклонение 10 кг. Каква е стойността на z за пациент с тегло 50 кг?

А. z = + 3 Б. z = + 2 В. z = - 2 Г. z = - 3

**При­мер:** Из­с­ле­до­ва­тел е съ­б­рал дан­ни за вре­ме­то (в се­кун­ди) не­об­хо­ди­мо на гру­па здра­ви ли­ца и на ли­ца с мо­зъ­ч­но ув­ре­ж­да­не за из­вър­ш­ва­не на стан­дар­т­на за­да­ча за при­д­ви­ж­ва­не.

**Ин­тер­вал Здра­ви ли­ца Ли­ца с мо­зъ­ч­но ув­ре­ж­да­не**

**(се­кун­ди) (f) (f)**

12-14 1 0

15-17 2 0

18-20 5 1

21-23 10 2

24-26 4 4

27-29 3 10

30-32 1 3

**Въ­п­ро­си 45-48 се от­на­сят към гор­ни­те дан­ни:**

45. Ли­ми­тът на ва­ри­а­ци­он­ния ред е:

А. 3 Б. 33 В. 20

46. Ска­ла­та на из­мер­ва­не на за­ви­си­ма­та про­мен­ли­ва е:

А. но­ми­нал­на

Б. ор­ди­нал­на

В. ин­тер­вал­на

47. Кое от сле­д­ни­те твър­де­ния е вяр­но?

А. ре­зул­та­ти­те за мо­зъ­ч­но ув­ре­де­ни­те ли­ца са сил­но аси­ме­т­ри­ч­ни

Б. раз­пре­де­ле­ни­е­то при здра­ви­те ли­ца е бли­з­ко до нор­мал­но­то

В. и две­те твър­де­ния са вер­ни

48. Те­зи дан­ни показват, че:

А. ли­ца­та с мо­зъ­ч­но ув­ре­ж­да­не из­вър­ш­ват по-ба­в­но стан­дар­т­на за­да­ча за при­д­ви­ж­ва­не, от­кол­ко­то здра­ви­те ли­ца

Б. при по-го­ля­ма сте­пен­ на мо­зъ­ч­но ув­ре­ж­да­не, задачата се изпълнява по-ба­в­но

В. ни­то ед­но от две­те

49. Процентът на случаите, попадащи между z = -1 и z = +1 при нормална крива е:

А. 16.8% Б. 33.6% В. 34.1% Г. 68.3%

50. Процентът на случаите, попадащи под z = - 2 и над z = + 2 е:

А. 95.5% Б. 4.6% В. 47.7% Г. 68.2%

**Отговори на въпросите от глава 8:**

1Б; 2В; 3В; 4В; 5А; 6А; 7В; 8В; 9А; 10Г; 11А; 12Б; 13А; 14Г; 15В; 16А; 17Б; 18В; 19Б; 20В; 21АЛ 22Б; 23Б; 24А; 25А; 26А; 27Б; 28А; 29Б; 30А; 31Б; 32А; 33А; 34Б; 35А; 36А; 37В; 38А; 39А; 40Б; 41А; 42А; 43В; 44Г; 45В; 46В; 47В; 48А; 49Г; 50Б